

外接圓

Created by Mr. Francis Hung

Last updated: 2023-07-03

如圖一， A 、 B 及 C 為三定點且不共綫。試

作一圓經過該三點。¹

∴ 三條垂直平分綫必然共點(concurrent at a point)

∴ 我們只須找出其中兩條垂直平分綫的交點為圓心，從而便可作其外接圓了。

作圖方法如下(圖二)：

- (1) 連接 AB 、 AC 及 BC 。
- (2) 作 AB 的垂直平分綫 PQ ， M 為 AB 的中點。
- (3) 作 AC 的垂直平分綫 RS ， N 為 AC 的中點。
兩垂直平分綫相交於 O 。
- (4) 以 O 為圓心， OB 為半徑作一圓，該圓便是外接圓。

作圖完畢。

證明如下：

$$\begin{aligned}\triangle AOM &\cong \triangle BOM && (\text{S.A.S.}) \\ \triangle AON &\cong \triangle CON && (\text{S.A.S.}) \\ OB &= OA = OC && (\text{全等三角形的對應邊})\end{aligned}$$

∴ 該圓經過 A 、 B 及 C 。

延伸：可進一步證明三條垂直平分綫必然共點 (concurrent at a point)。

證明如下：

設 L 為 BC 的中點，連接 OL 。

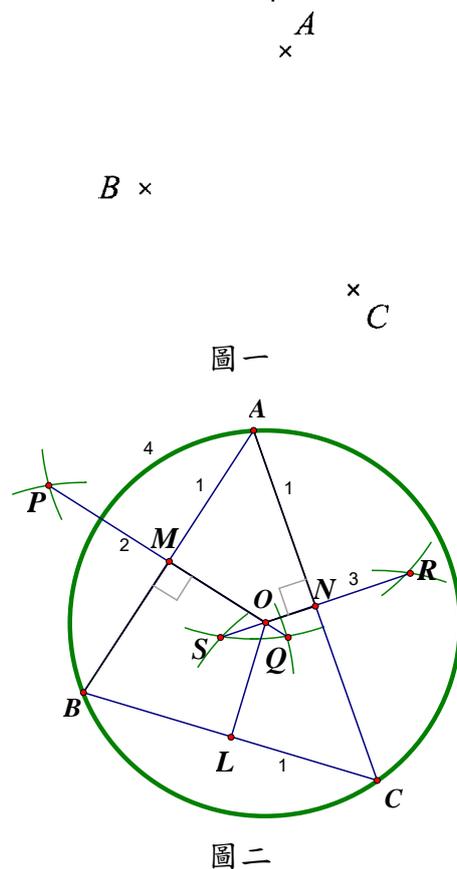
$$\begin{aligned}\triangle BOL &\cong \triangle COL && (\text{S.S.S.}) \\ \angle BLO &= \angle CLO && (\text{全等三角形的對應角}) \\ \angle BLO + \angle CLO &= 180^\circ && (\text{直綫上的鄰角})\end{aligned}$$

$$\therefore \angle BLO = \angle CLO = 90^\circ$$

∴ OL 為 BC 的垂直平分綫。

∴ 三條垂直平分綫必然共點。

證明完畢。



¹香港數學競賽 2009 初賽(幾何作圖)第 1 題