作圖基本技巧

參考：Exercises in Technical Drawing for GCE 1970 p.22

Created by Mr. Francis Hung Last updated: 2021-09-05

1. 已給 1 單位長度，**作一三角形**，三邊長度分別為 2 單位、3 單位及 4 單位。

作圖方法如下(圖 1)：

(1) 作一邊長為 4 單位的綫段 AB。

(2) 以 A 為圓心，半徑 2 單位作一弧；以 B 為圓心，半徑 3 單位作一弧；兩弧相交於 C。

(3) 連接 AC、BC。ΔABC 便滿足條件了。(S.S.S.)

作圖完畢。

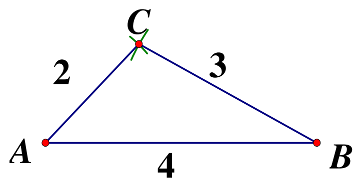

圖 1

2. 已給一隻角$\angle ABC$，**複製該角**至$\angle PQR$。

作圖方法如下(圖 2 及圖 3)：

(1) 以 B 為圓心，某一固定半徑作一弧，交 AB 於 D，及 BC 於 E。

(2) 作一綫段 QP。以 Q 為圓心，相同半徑作一弧，交 PQ 於 S。

(3) 以 D 為圓心，半徑為 DE 作一弧；以 S 為圓心，半徑為 DE 作一弧，與步驟(2)的弧交於 T。

(4) 連接並延長 QT 至 R。

作圖完畢。

證明如下：

$\Delta BDE \cong \Delta QST$ (S.S.S.)

$\therefore \angle DBE = \angle SQT$ (全等三角形的對應角)

即 $\angle ABC = \angle PQR$

證明完畢。

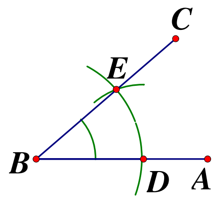

圖 2

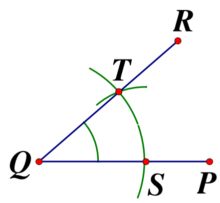

圖 3

3. 如圖 4，已給一點 C，且不在一直綫 AB 上，**過 C 作一綫平行於 AB**。

作圖方法如下(圖 5)：

連接 AC 並延長至 E，複製$\angle BAC$ 至$\angle DCE$ (在 AC 的同一方)

作圖完畢。

證明如下：

$\angle BAC = \angle ECD$ (由作圖所得)

$\therefore AB \,//\, CD$ (同位角相等)

證明完畢。

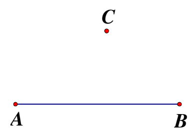

圖 4

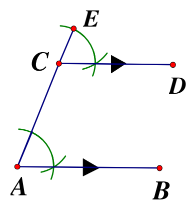

圖 5

4. 已給一綫段 AB，**作 60°及等邊三角形**。

作圖方法如下(圖 6)：

(1) 作綫段 AB。

(2) 以 A 為圓心，AB 為半徑作一弧；以 B 為圓心，BA 為半徑作一弧；兩弧相交於 C。

(3) 連接 AC 及 BC。

作圖完畢。

證明如下：

$AC = AB = BC$ (由作圖所得)

ΔABC 為等邊三角形。

$\angle BAC = 60°$ (等邊三角形性質)

證明完畢。

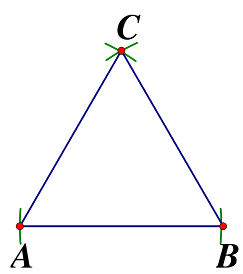

圖 6

[2] 參考：Exercises in Technical Drawing for GCE 1970 p.22

5. 已給一綫段 AB，**將 AB 分成 5 等份**。

作圖方法如下(圖 7)：

(1) 作綫段 AB；在任意方向，作一綫段 AM (M、A、B 不共綫)。

(2) 以 A 為圓心，任意固定半徑作一弧；交 AM 於 P；以 P 為圓心，以此半徑作一弧；交 AM 於 Q；如此類推，得到五點 P、Q、R、S、T 在 AM 上且等距。

(3) 連接 TB，過 P、Q、R、S 作綫段平行於 TB，分別交 AB 於 C、D、E、F。

作圖完畢。

證明如下：

C、D、E、F 將 AB 分成 5 等份 (截綫定理)

證明完畢。

利用這方法，可將 AB 分成任意等份。

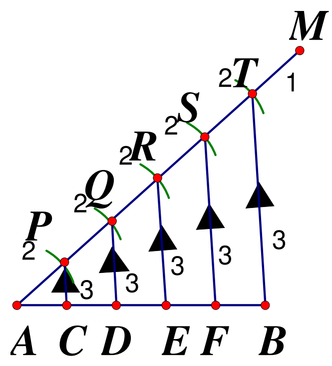

圖 7

6. 已給一綫段 AB，**作垂直平分綫**。

作圖方法如下(圖 8)：

(1) 以 A 為圓心，AB 為半徑作一弧；以 B 為圓心，以 BA 為半徑作一弧；兩弧相交於 P、Q。

(2) 連接 PQ，交 AB 於 M。

作圖完畢。

證明如下：

連接 AP、AQ、BP 及 BQ。

$PQ = PQ$	(公共邊)
$AP = BP$	(半徑)
$AQ = BQ$	(半徑)
$\Delta APQ \cong \Delta BPQ$	(S.S.S.)
$\angle APQ = \angle BPQ$	(全等三角形的對應角)
$PM = PM$	(公共邊)
$\Delta AMP \cong \Delta BMP$	(S.A.S.)
$\angle AMP = \angle BMP$	(全等三角形的對應角)
$\angle AMP + \angle BMP = 180°$	(直綫上的鄰角)
$\therefore \angle AMP = \angle BMP = 90°$	
$AM = MB$	(全等三角形的對應邊)

$\therefore$ PQ 為 AB 的垂直平分綫。

證明完畢。

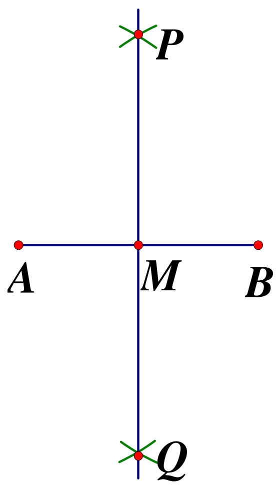

圖 8

7. 已給一隻角$\angle BAC$，**作角平分綫**。

作圖方法如下(圖 9)：

(1) 以 A 為圓心，某一固定半徑作一弧，交 AB 於 R，及 AC 於 Q。

(2) 以 Q 為圓心，某一固定半徑作一弧；以 R 為圓心，相等半徑作一弧；兩弧相交於 P。

(3) 連接接 AP。AP 為$\angle BAC$ 的角平分綫。

作圖完畢。

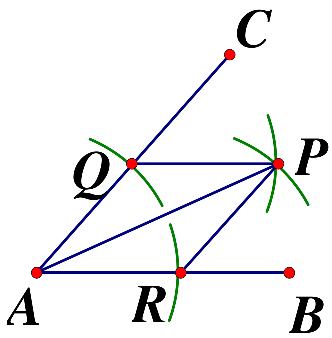

圖 9

證明如下：

連接 PQ、PR。

$AP = AP$	(公共邊)
$AQ = AR$	(半徑)
$PQ = PR$	(半徑)
$\Delta APQ \cong \Delta APR$	(S.S.S.)
$\angle PAQ = \angle PAR$	(全等三角形的對應角)

AP 便是$\angle BAC$ 的角平分綫。

證明完畢。

8. 如圖 10，已給一綫段 AB，P 在 AB 上，**過 P 作一綫段垂直於 AB**。

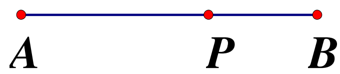

圖 10

作圖方法如下(圖 11)：

(1) 以 P 為圓心，某一固定半徑作一弧，交 AB 於 Q 及 R。

(2) 以 Q 為圓心，QR 為半徑作一弧；以 R 為圓心，RQ 為半徑作一弧；兩弧相交於 S。連接 PS。

作圖完畢。

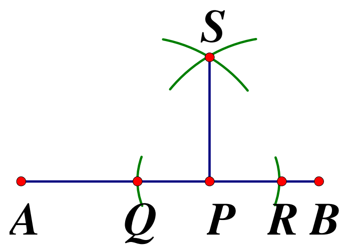

圖 11

證明如下：

連接 QS 及 RS。

$PS = PS$	(公共邊)
$PQ = PR$	(半徑)
$QS = RS$	(半徑)
$\Delta PQS \cong \Delta PRS$	(S.S.S.)
$\angle QPS = \angle RPS$	(全等三角形的對應角)
$\angle QPS + \angle RPS = 180°$	(直綫上的鄰角)

$\therefore \angle QPS = \angle RPS = 90°$

證明完畢。

9. 如圖 12，已給一綫段 AB，P 不在 AB 上，**過 P 作一綫段垂直於 AB**。

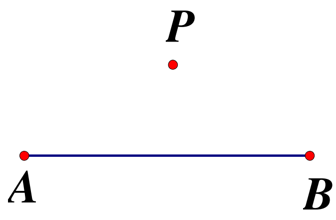

圖 12

作圖方法如下(圖 13)：

(1) 以 P 為圓心，足夠大的半徑作一弧，交 AB 於 Q 及 R。

(2) 以 Q 為圓心，相等半徑作一弧；以 R 為圓心，相等半徑作一弧；兩弧相交於 S。

(3) 連接 PS，交 AB 於 T。

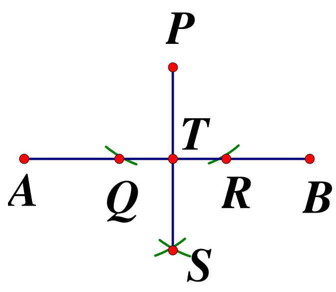

圖 13

作圖完畢，證明如下：

連接 PQ、PR、SQ 及 SR。

$PS = PS$	(公共邊)
$PQ = PR$	(半徑)
$QS = RS$	(半徑)
$\Delta PQS \cong \Delta PRS$	(S.S.S.)
$\angle QPS = \angle RPS$	(全等三角形的對應角)
$PT = PT$	(公共邊)
$\Delta PQT \cong \Delta PRT$	(S.A.S.)
$\angle PTQ = \angle PTR$	(全等三角形的對應角)
$\angle PTQ + \angle PTR = 180°$	(直綫上的鄰角)
$\therefore \angle PTQ = \angle PTR = 90°$	

證明完畢。

10. 如圖 14，已給一綫段 AB，**過 B 作一綫段垂直於 AB**。

圖 14

作圖方法如下(圖 15)：

(1) 取任意點 C (C 在 AB 之間的上方)為圓心，CB 為半徑作一圓，交 AB 於 P。

(2) 連接 PC，其延長綫交圓於 Q；連接 BQ。

BQ 為所求的垂直綫。

作圖完畢。

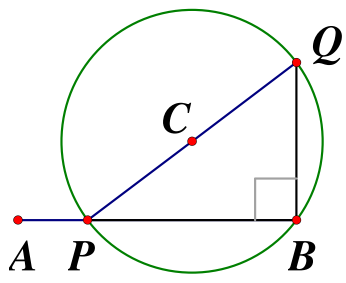

圖 15

證明如下：

PCQ 為圓之直徑	(由作圖所得)
$\angle PBQ = 90°$	(半圓上的圓周角)

證明完畢。

11. 已給一綫段 AB，**作直角等腰三角形 ABC**；其中 **$AB = BC$**。

作圖方法如下(圖 16)：

(1) 取任意點 P (P 在 AB 之間的上方)為圓心，PB 為半徑作一圓，交 AB 於 Q。

(2) 連接 QP，其延長綫交圓於 R；連接 BR。

(3) 以 B 為圓心，BA 為半徑作一弧，交 BR 之延長綫於 C。

(4) 連接 AC，ΔABC 便是該三角形了。

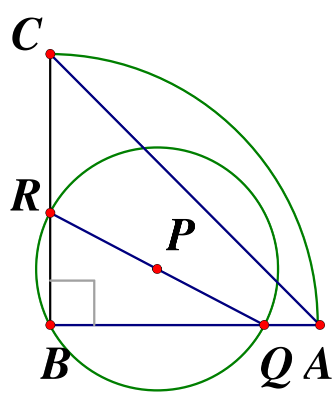

圖 16

作圖完畢。

證明如下：

QPR 為圓之直徑	(由作圖所得)
$\angle RBQ = 90°$	(半圓上的圓周角)
$AB = BC$	(半徑)

$\therefore \Delta ABC$ 便是直角等腰三角形。

證明完畢。

12. 已給 1 單位長度，作 **A.S.A.條件的三角形 *ABC***，
其中 ***AB* = 2 單位**，**$\angle BAC = 60^\circ$ 及 $\angle ABC = 67.5^\circ$**。
作圖方法如下(圖 17)：
(1) 作 $AB = 2$ 單位，作 $BH \perp AB$ (方法如第 10 題)。
(2) 作 $\angle BAD = 60^\circ$ (方法如第 4 題)。
(3) 作 $\angle ABH$ 的角平分綫 GB，$\angle GBH = 45^\circ$。
(4) 作 $\angle GBH$ 的角平分綫 EB，$\angle EBH = 22.5^\circ$。
$\angle ABC = 90^\circ - 22.5^\circ = 67.5^\circ$
(5) AD 和 BE 的延長綫相交於 C。
ΔABC 便是該三角形了，作圖完畢。

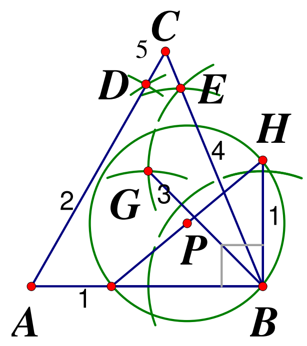

圖 17

13. 如圖 18，已給一圓，圓心 O，P 在圓周上，**過 *P* 作切綫**。
作圖方法如下(圖 19)：
(1) 連接 OP。
(2) 過 P 作綫段 ST 垂直於 OP (方法如第 10 題)。
作圖完畢。
證明如下：
$\angle OPS = 90^\circ$ (由作圖所得)
ST 切該圓於 P。 (切綫⊥半徑的逆定理)
證明完畢。

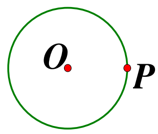

圖 18

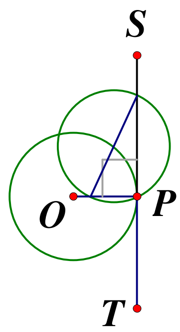

圖 19

14. 已給一圓，**以尺規找出圓心**。
作圖方法如下(圖 20)：
(1) 在圓上找出三點 A、B 及 C，連接弦綫 AB 和 BC。
(2) 作 AB 和 BC 的垂直平分綫，且相交於 O。
O 為該圓的圓心。作圖完畢。

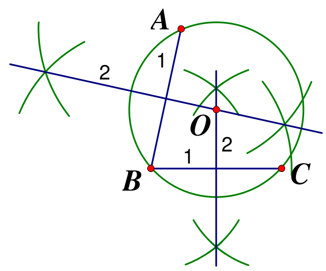

圖 20

15. 已給兩綫段長度分別為 a，b。**以尺規作** $\sqrt{ab}$ 。
作圖方法如下(圖 21)：
(1) 作一綫段 ABC，使得 $AB = a$，$BC = b$。
(2) 利用 AC 的垂直平分綫，找出 AC 的中點 O，
$OA = OC$。
(3) 以 O 為圓心，$OA = OC$ 為半徑作一圓。
(4) 過 B 作一綫段垂直於 AC，且交圓於 P、Q。
PB 的長度為 $\sqrt{ab}$ 。
作圖完畢。
證明如下：
$PB = BQ$ (圓心至弦的垂綫平分弦)
$AB \times BC = PB \times BQ$ (相交弦定理)
$ab = PB^2$
$PB = \sqrt{ab}$
證明完畢。

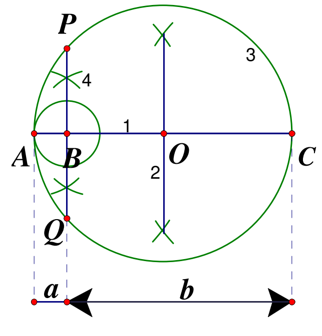

圖 21