

# 已給一單位長度，作 $\sqrt{7}$

Created by Mr. Francis Hung

Last updated: 2023-07-03

圖 1 所示為 1 單位的綫段  $AB$ 。試作一長度為 $\sqrt{7}$  單位的綫段。<sup>1</sup>



圖 1

作圖方法如下：

方法一(圖 2)

- (1) 延長  $AB$ ，用圓規作  $B$ 、 $C$ 、 $D$  及  $E$  點，使得  $AB = BC = CD = DE$ ， $AE = 4$  單位。
- (2) 以  $C$  為圓心， $CA = CE$  為半徑作一半圓。
- (3) 以  $E$  為圓心， $EB$  為半徑(即 3 單位)作一弧，交半圓於  $P$ 。
- (4) 連接  $AP$ 。

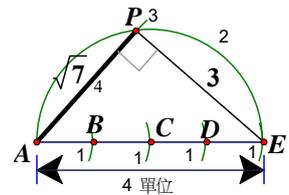


圖 2

作圖完畢。

證明如下：

$$\angle APE = 90^\circ \quad (\text{半圓上的圓周角})$$

$$AP = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7} \quad (\text{畢氏定理})$$

證明完畢。

方法二(圖 3)

- (1) 延長  $AB$ ，用圓規作  $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$ 、 $G$ 、 $H$  及  $I$  點，使得  $AB = BC = CD = DE = EF = FG = GH = HI$ ， $BI = 7$  單位。
- (2) 以  $E$  為圓心， $EA = EI$  為半徑(4 單位)作一圓。
- (3) 以  $A$  為圓心， $AC$  為半徑作一弧；以  $C$  為圓心， $CA$  為半徑作一弧；兩弧相交於  $R$  和  $S$ 。
- (4) 連接並延長  $RS$ ，交圓於  $P$  及  $Q$ 。

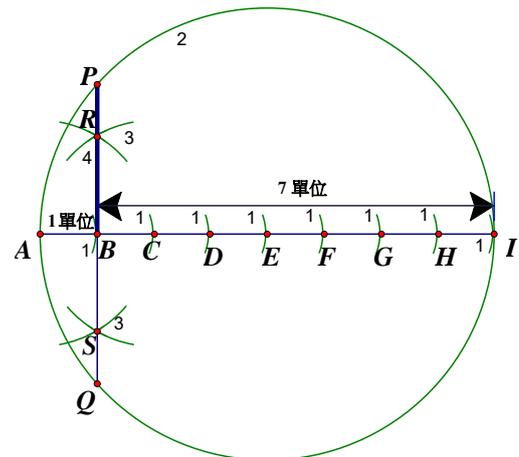


圖 3

$PB$  的長度為 $\sqrt{7}$  單位，作圖完畢。

證明如下：

$$PB = BQ \quad (\text{圓心至弦的垂線平分弦})$$

$$AB \times BC = PB \times BQ \quad (\text{相交弦定理})$$

$$1 \times 7 = PB^2$$

$$PB = \sqrt{7}$$

證明完畢。

<sup>1</sup>香港數學競賽 2010 初賽(幾何作圖)第 1 題