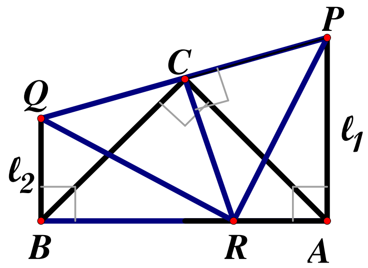
已給三條平行綫 L_1、L_2 及 L_3，其中 L_2 在 L_1 及 L_3 之間。
試作一直角等腰三角形，使其頂點分別在該三條平行綫上。[1]

基礎分析：

如圖一，ΔABC 為等腰直角三角形，C 為直角頂點。過 A、B 分別作直綫 ℓ_1、ℓ_2 與 AB 垂直。過 C 作綫段 PQ，與 ℓ_1、ℓ_2 依次交於 P、Q。過 C 作 PQ 之垂直綫，與 AB 相交於 R。連接 PR 及 QR。試證ΔPQR 為等腰直角三角形。



圖一

證明如下：

$\angle RCP + \angle PAR = 180°$ (由作圖所得)

$APCR$ 為一個圓內接四邊形。 (對角互補)

$\angle CPR = \angle CAR$ (同弓形上的圓周角)

$= 45°$ (ΔABC 為等腰直角三角形)

$\angle QBR = 90° = \angle RCP$ (已知)

$BQCR$ 為一個圓內接四邊形。 (外角=內對角)

$\angle CQR = \angle CBR$ (同弓形上的圓周角)

$= 45°$ (ΔABC 為等腰直角三角形)

$\therefore \angle PRQ = 180° - 45° - 45° = 90°$ (ΔPQR 的內角和)

$\therefore \Delta PQR$ 為一個等腰直角三角形。

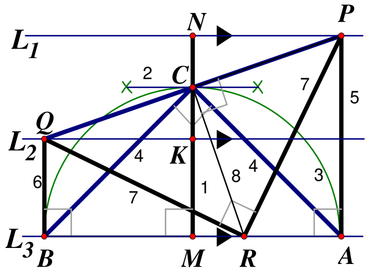
註：我們可以將以上答案推廣：

若$\angle ACB = 90°$，$PA \perp AB$，$QB \perp AB$，R 在 AB 上任意一點，

使得 $PQ \perp CR$，則$\angle PRQ = 90°$及$\Delta PQR \sim \Delta ABC$。

作圖方法如下：

方法一(圖二)：



圖二

(1) 在 L_1 上取任意一點 N。
過 N 作一綫垂直於 L_2 及 L_3，交 L_2 於 K 及 L_3 於 M。

(2) 利用垂直平分綫，找出 NK 的中點 C。

(3) 以 M 為圓心，CM 為半徑作一半圓，交 L_3 於 A、B。

(4) 連接 AC、BC。

(5) 過 A 作一綫垂直於 L_3，交 L_1 於 P。

(6) 過 B 作一綫垂直於 L_3，交 L_2 於 Q。

(7) 連接 CP 及 CQ。

(8) 過 C 作一綫垂直於 PQ，交 L_3 於 R。連接 PR 及 QR。

作圖完畢。

證明如下：

$MA = MC = MB$ (半徑)

ΔAMC 及ΔCMB 為全等的等腰直角三角形 (S.A.S.)

$\angle ACB = 90°$ (半圓上的圓周角)

同樣，ΔABC 為一個等腰直角三角形。

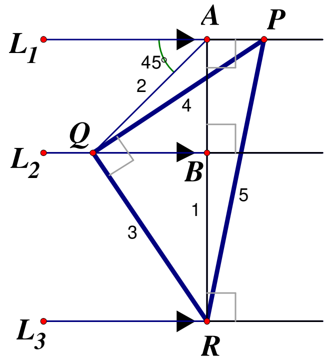
$\therefore NC = CK$ (由作圖所得)

$\angle CNP = 90° = \angle CKQ$ (由作圖所得)

[1]原題目為 1973 中文中學會考高級數學試卷二 Q7

$QK = BM = MA = NP$ (長方形性質)
$\therefore \Delta QCK \cong \Delta PCN$ (S.A.S.)
$\angle QCK = \angle PCN$ (全等三角形的對應角)
$\angle QCN = 180° - \angle QCK$ (直綫上的鄰角)
$\therefore \angle PCN + \angle QCN = 180°$
P、C、Q 共綫 (直綫上的鄰角互補)
$PC = CQ$ (全等三角形的對應邊)
由基礎分析的的結果，ΔPQR 為一個等腰直角三角形。
證明完畢。

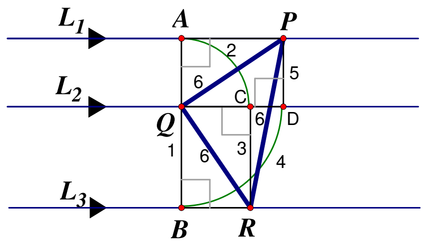
方法二(由荃灣官立中學徐李炘提供)(圖三)：
(1) 在 L_1 上取任意一點 A。
過 A 作一綫垂直於 L_2 及 L_3，交 L_2 於 B 及 L_3 於 R。
(2) 過 A 作一綫段 AQ，與 L_1 成 $45°$，交 L_2 於 Q。
(3) 連接 QR。
(4) 過 Q 作一綫段 QP，與 QR 互相垂直，交 L_1 於 P。
(5) 連接 PR。
則ΔPQR 便是一個等腰直角三角形了。作圖完畢。
證明如下：



圖三

$\angle PQR = 90° = \angle PAR$ (由作圖所得)
$PAQR$ 為一個圓內接四邊形。 (同弓形上的圓周角的逆定理)
$\angle PRQ = 45°$ (圓內接四邊形的外角)
$\angle QPR = 45°$ (三角形內角和)
$\therefore \Delta PQR$ 是一個等腰直角三角形。
證明完畢。註：以上方法較為簡單。

方法三(由趙聿修紀念中學鄧焯榮提供)(圖四)：
(1) 在 L_2 上取任意一點 Q。
過 Q 作一綫垂直於 L_1 及 L_3，交 L_1 於 A 及 L_3 於 B。
(2) 以 Q 為圓心，QA 為半徑作一弧，交 L_2 於 C。
(3) 過 C 作一綫段垂直於 L_2，交 L_3 於 R。
(4) 以 Q 為圓心，QB 為半徑作一弧，交 L_2 於 D。
(5) 過 D 作一綫段垂直於 L_2，交 L_1 於 P。
(6) 連接 PQ、QR 及 PR。



圖四

則ΔPQR 便是一個等腰直角三角形了。作圖完畢。
證明如下：
$AQ = QC$ 及 $BQ = QD$ (由作圖所得)
$AQDQ$ 及 $QBRC$ 全等的長方形
$PQ = QR$ (全等的長方形的對角綫相等)
$\angle PQR = \angle PQD + \angle RQD = \angle PQD + \angle AQP = 90°$
$\therefore \Delta PQR$ 是一個等腰直角三角形。證明完畢。