

# 數學思考和解題會議 2008

## 香港中學會考數學試卷二分析

### 荃灣官立中學孔德偉老師

#### 二零零八年四月三十日下午，香港教育學院

#### 一. 收集試題

相信各位數學老師在任教中學會考數學班時，必定會收集一些會考數學試題了。本人自從 1986 年入行時，由其他同事手中傳來的會考數學試題。任教中四至中五時，便可利用這些題目，搬字過紙擬定校內考試卷。

每年會考數學科考試完結試之後，我便經同事影印一份最新的數學科的會考試卷，早在 1990 年之前，中學會考數學試卷二(即多項選擇題)是不公開的，只有 1980 年，1984 年，1987 年及 1990 年的多項選擇題是隨「試卷一」一起由考試局公開發售。其餘年份的多項選擇題一般老師是不能獲得，要靠學校借出場地考數學時，由監考老師於會考之後借來影印。靠這種非法手段才可獲得其他年份的試卷。那時，由於多項選擇題的頁數多，我便與學生分工合作將原來十多頁的題目，利用打字機將試題濃縮至五至六頁。正因為這樣，以前用打字機打錯了的部份，到今日便難以追查，原稿已遺失了。

隨着會考試卷有足夠數量(例如 10 年)，我利用它們來訓練本校學生了。首先囑咐學生每星期影印一年數學多項選擇題，然後自行在家中完成，再給他們答案，讓他們自行核對。縱使有一些課題仍未教，我相信學生們可以靠預習來完成多項選擇題。學生們只有多練習，才可涉獵不同範疇的題目，和學會控制時間。

隨着時代的變遷，現在已很容易購買考評局出版的多項選擇題。於 2002 年以前，考試局是以五年一輯的小冊子發售。因此，為了要擁有每年新的題目，便須不必要的重覆了之前 4 年的題目，這樣故然是一種浪費金錢和藏書的空間，又惹來蛀書蟲，又或者忍受 4 年不購買題目，等齊 5 年才一次過購買，但這樣做的話，便不能緊貼會考發展的方向，而且有可能因事太忙而忘記購買題目，引致遺漏。

我通常在收到數學試卷二之後，便盡快計算一次，與一位舊同事互相核對答案之後，便將答案放上網：[file:///C:/Users/twhung.CLSMSS.002/Dropbox/Data/My%20Web/Home\\_Page/MCanswer/index.html](file:///C:/Users/twhung.CLSMSS.002/Dropbox/Data/My%20Web/Home_Page/MCanswer/index.html)。期間也有一些熱心的學生會來問我，質疑我的答案。稍後考評局出版了最新題解，我便再一次核對答案，剔除錯誤。隨着科技的發展，我在 1996 年便開始將會試題掃描成電腦檔案自用。曾經在 1999 年至 2002 年，考評局以光碟形式發售試題；這樣便可擁有較為美觀的題目。可能是因為非法盜用考評局的題目太嚴重的原故，自 2003 年開始，便回復過往傳統的釘裝書形式出售試題；不過，只出售最近一年的題目而非 5 年，售價相同，而且每年隨通貨膨脹上升。

要求學生做過去的題目有兩個缺點。第一，他們做題目的時候，有很多課題仍然未學到；例如：統計等。又或者一些課題早已被刪除，例如：二分法，平均偏差，標準分等；學生遇上這類題目便會茫無頭緒。第二，太多過去的題目，老師和學生都不勝負荷；通常只要求學生做最近 5 年(最多 10 年)的題目便算。為了要解決這些困難，我自 1999 年開始便嘗試將試題分類，到如今擁有的題目庫達 2292 題，共 144 類，每當教完某一課題後，學生們便可以做他們剛學會的題目了。

各位可參考以下網址：[file:///C:/Users/twhung.CLSMSS.002/Dropbox/Data/My%20Web/Home\\_Page/MCanswer/index.html](file:///C:/Users/twhung.CLSMSS.002/Dropbox/Data/My%20Web/Home_Page/MCanswer/index.html)。

## 二. 多項選擇題的目的

香港中學會考數學試卷的目的是考核學生從中一至中五所學的數學課程，包含內容極之廣泛。單單只考一份用紙筆作答的試卷一未能覆蓋所有課程。因此以多項選擇題形式來考核學生是必然的方式。多項選擇題的目的是要在短短 90 分鐘內考核學生在試卷大部分課程，題目就要夠短，(根據 2008 年香港中學會考數學課程第 2 頁註一「試題將不涉及冗長之運算。」) 題數要夠多。

為什麼要 54 題呢?這樣很難考究。自 1979 年起，所有試題都是 54 題。在我以往任教的學校或就讀的學校中，老師為了方便計分，都是出 50 題作為模擬試的。相傳考試局原來是出 50 題考核學生，另外 4 題是用來測試題目的深淺程度而不計分，不過是那一題就不得而知了。對於這些道聽途說的事件，閣下大可姑妄聽之。及後我任教的學校，為了認真起見，中五模擬試題還是出 54 題，以訓練學生適應公開考試的形式。計分方面，就用以下公式：

$\frac{\text{答對題數}}{54} \times 80$ ，然後再將結果四捨五入；這便是該學生於試卷二(多項選擇題)所得的分數，

而試卷一的計分方法是這樣的：試卷滿分為 99 分，然後再將分數作以下轉換：

$\frac{\text{試卷得分}}{99} \times 120$ ，最後再將結果四捨五入；這便是該學生於試卷一所得的分數。

兩張試卷滿分合共 200 分。試卷一和試卷二的分數比例是 6:4，滿足公開試的模式。

以下資料比較香港中學會考其他科目的多項選擇題，詳情如下：

科目	試卷一佔分百分比	試卷二佔分百分比	試卷二題數	試卷二時間	試卷二甲部	試卷二乙部
數學	60%	40%	54	90 分鐘	基礎部分 佔試卷二的 $\frac{2}{3}$	整體課程 佔試卷二的 $\frac{1}{3}$
物理	60%	40%	45	1 小時	核心部分 佔試卷二的 60%	整體課程 佔試卷二的 40%
生物	60%	40%	50	1 小時	核心部分 佔試卷二的 60%	整體課程 佔試卷二的 40%
化學	64%	36%	50	1 小時	核心部分 佔試卷二的 60%	整體課程 佔試卷二的 40%
地理	65%	35%	50	1 小時	不設甲部和乙部	
經濟	60%	40%	50	1 小時	不設甲部和乙部	

將於 2010 年實施的香港中學文憑試數學卷，也有多項選擇題，詳情如下：

科目	試卷一佔分百分比	試卷二佔分百分比	校本評核	試卷二題數	試卷二時間	試卷二甲部	試卷二乙部
香港中學文憑數學	55%	30%	15%	?	75 分鐘	基礎部分 佔試卷二的 $\frac{2}{3}$	整體課程 佔試卷二的 $\frac{1}{3}$

分析和比較：

多項選擇題於各科目的佔分比重約佔 4 成。基於要涉獵廣泛的課程內容，與及補充試卷一(傳統題 Conventional Question)未能覆蓋的內容。不過，多項選擇題有明顯的缺點：學生不懂計算該題可以胡亂猜度，而有可能猜中。根據以往的答案分析：A, B, C, D 各項選擇出現的頻率

大致相同(各位可參考以下網址：[file:///C:/Users/twhung.CLSMSS.002/Dropbox/Data/My%20Web/Home\\_Page/MCanswer/index.html](file:///C:/Users/twhung.CLSMSS.002/Dropbox/Data/My%20Web/Home_Page/MCanswer/index.html))。我估計這是考試局和考評局為了避免成績偏低的學生胡亂猜度，從而得益或損失。從統計學的角度分析，如果學生胡亂猜度答案，他們的平均得分應該大概 25%。事實上，我多年前曾任教一間 Band 5 的學校，學生們於試卷二的得分遠超過試卷一的得分，因為單靠胡亂猜度答案所得的分數高於以他們的知識的得分。

從試題的數目分析，利用 90 分鐘完成 54 題，平均需要 100 秒完成一題。當然，題目有淺的也有深的，考評局通常將較容易的題目放在較前的位置，將較艱深的題目放在較後的位置。相對於其他科目定來說，例如生物科，平均需要 72 秒完成一題；數學科多項選擇題所需的時間較長。這可能是數學題大多涉及計算而需要花較多時間；相反，生物科通常只涉及知識上的問題，在理解題目之後便可即時作答，因此需時較短。

自 1998 年起，考試局(和及後的考評局)便開始將題目分為基礎部分(以往稱為裁剪課程 tailor syllabus)和非基礎部分。每份試卷(包括試卷一和試卷二)皆分為甲部(基礎部分)，佔分 66 $\frac{2}{3}$ %，和乙部(整體課程)，佔分 33 $\frac{1}{3}$ %。單就甲部和乙部編排而言，這樣的安排無可厚非；考生應知試卷的前三分之二為基礎部分，理論上應取得較多分數。但是，以基礎部分設定的題目也可以很刁鑽的。

例如：1999 年第 11 題

某班的學生修讀歷史或地理，但不同時修讀這兩科。若修讀地理的學生人數比修讀歷史的多 50%，求修讀歷史的學生的百分比。	In a class, students study either History or Geography, but not both. If the number of students studying Geography is 50% more than those studying History, what is the percentage of students studying History?
A. 25% (28.47%)	A. 25% (28.47%)
B. 33 $\frac{1}{3}$ % (28.27%)	B. 33 $\frac{1}{3}$ % (28.27%)
C.* 40% (32.3%)	C.* 40% (32.3%)
D. 60% (5.00%)	D. 60% (5.00%)
E. 66 $\frac{2}{3}$ % (5.56%)	E. 66 $\frac{2}{3}$ % (5.56%)

(註：以上資料是根據 1999 年香港中學會考年報數學試卷二的分析，有 \* 的為正確的答案，() 括弧內的數字為學生作答的百分率，下同。)

有關香港中學文憑試數學卷多項選擇題，由於一切尚未落實，可討論的事項並不多。我只留意到條文大概都是搬字過紙，與香港中學會考差不多。佔分比重方面，如果不考慮校本評核

部分， $\frac{30\%}{55\% + 30\%} \times 100\% \approx 35\%$ 。即較現在的考試為少。時間為  $1\frac{1}{4}$  小時，也較香港中學會考

為短。由於考評局沒有註明出題數目，我只能依比例估計題數： $54 \times \frac{75}{90} = 45$ 。

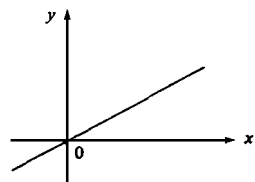
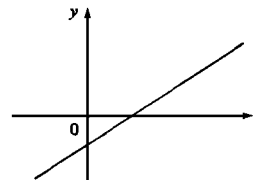
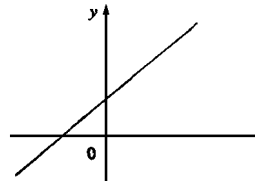
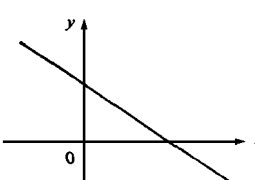
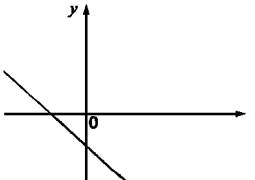
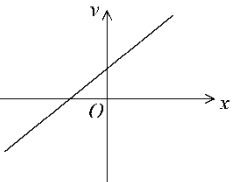
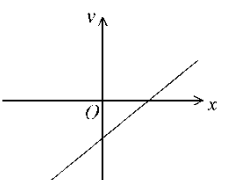
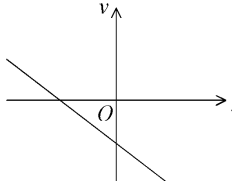
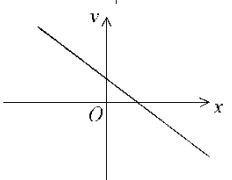
估計首 30 題為甲部，除後 15 題為乙部。由於 3 年的新高中課程比現行兩年的會考課程覆蓋更廣，相信對出題目的人士將會是一大挑戰。從另一方面看來，一定會有一大部分課題沒有被考核。估計考試成績未必能真正反映學生的實力。從培訓學生的角度出發，以往的歷屆試題是最佳的練習，相信考評局也會參考以往的試題和考生的表現。

有關 4 項選擇和 5 項選擇的分析。考評局於 2001 年 6 月通知各中學，由 2002 年開始，所有多項選擇題皆用 4 項選擇。以下是節錄自該函件(只有英文版本)：

The reasons for the proposed change are as follows:

- (a) Except for the above four subjects which adopt a 5-option format, all other multiple-choice papers in CE and AL examinations have been adopting a 4-option format since 1980s.
- (b) A review of the item analyses of the above four multiple-choice papers in the past few years' examinations revealed that the least popular distractors in these 5-option questions attracted very few responses. In this circumstance, the fourth distractor did not offer significant contribution towards enhancing the discrimination power of the papers.

以下是一些例子，說明 4 項和 5 項選擇題的缺點和優點：

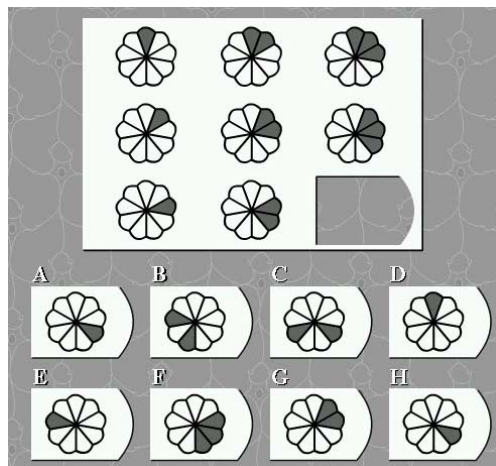
<p>1984 年第 29 題</p> <p>若 <math>a</math> , <math>b</math> 和 <math>c</math> 均為正實數，則下列何者可表示 <math>ax + by + c = 0</math> 的圖像？</p> <p>A. </p> <p>B. </p> <p>C. </p> <p>D. </p> <p>E.* </p>	<p>2002 年第 4 題</p> <p>若 <math>a &lt; 0</math> 且 <math>b &gt; 0</math>，則下列何者可表示 <math>y = ax + b</math> 的圖像？</p> <p>A.  (32.8%)</p> <p>B.  (12.0%)</p> <p>C.  (9.4%)</p> <p>D.*  (45.7%)</p>
--	--

從以上兩題，1984 年第 29 題選項 A 的圖像穿過原點，與已給出的條件( $a, b, c > 0$ )不同。故此應被捨去，這是一個不受歡迎的錯誤選擇。反過來說，2002 年第 4 題是另一題相類似的題目，選項中並沒有穿過原點的圖像。這正限制了出題目的靈活性，例如將該題目改為：

若  $a < 0$  且  $b > 0$  及  $c = 0$ ，則下列何者可表示  $ax + by + c = 0$  的圖像？

只有穿過原點的圖像才是正確的答案。

我曾在一個網站(<http://www.iqtest.dk/main.swf>)見過以下考 IQ 題目，有 8 項選擇：



究竟選擇項目的多寡會怎樣影響考生選擇答案呢？

而怎樣才可避免考生胡亂猜度而得分呢？換句話說，要使考生在多項選擇題考試中取得公平的分數，是一大學問。

曾經有一位已退休的舊同事告訴我：「一題好的多項選擇題最好有 70% 考生答對，其餘 30% 考生平均地選擇其他答案。命中率太高表示題目太淺，太低表示題目太深。太多考生選擇某一題錯誤答案也不好，這表示其餘錯誤的答案不能分散其他考生的注意。」

在分析多年的會考試題中，我發現每一題都是獨立的，只有以下一個例外的例子：

1991 年第 45 題及 46 題(只有英文題目)

<p><b>DIRECTIONS:</b> Questions 45 and 46 refer to the figure below, which shows a cuboid <math>ABCDEFGH</math> with <math>AE = 2a</math>, <math>EF = 2b</math> and <math>FG = 2c</math>, <math>AC</math> and <math>BD</math> intersect at <math>X</math>.</p>	
<p>45. <math>XE =</math></p> <p>A. <math>\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}</math>.</p> <p>B. <math>\sqrt{a^2 + b^2 + (2c)^2}</math>.</p> <p>C. <math>\sqrt{a^2 + (2b)^2 + c^2}</math>.</p> <p>D.* <math>\sqrt{(2a)^2 + b^2 + c^2}</math>.</p> <p>E. <math>2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}</math>.</p>	<p>46. If the angle between <math>XE</math> and the plane <math>EFGH</math> is <math>\theta</math>, then <math>\tan \theta =</math></p> <p>A. <math>\frac{a}{b}</math>.</p> <p>B. <math>\frac{2a}{b}</math>.</p> <p>C. <math>\frac{\sqrt{(2a)^2 + c^2}}{b}</math>.</p> <p>D. <math>\frac{a}{\sqrt{b^2 + c^2}}</math>.</p> <p>E.* <math>\frac{2a}{\sqrt{b^2 + c^2}}</math>.</p>

另外，數學試卷二是沒有如物理科一種 assertion-reason 題目。參考物理試卷二 2006 年第 45 題(只有英文題目)：Directions: The question below consists of two statements. Decide whether each of the two statements is true or false. If both are true, then decide whether or not the second statement is a correct explanation of the first statement. Then select one option A, B, C or D according to the following table:

1st statement	2nd statement	
A. True	True	The 2nd statement is a correct explanation of the 1st statement.
B. True	True	The 2nd statement is <b>not</b> a correct explanation of the 1st statement.
C. True	False	
D. False	True	

1st statement

The white mist appearing above a cup of hot tea that we can see is water in gaseous state.

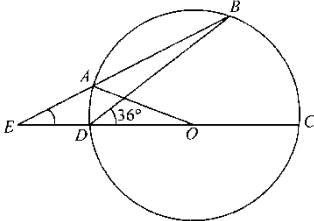
2nd statement

Some water molecules evaporate from a cup of hot tea.

有關會考年報的分析：有一種事情是歷久彌新的，就是學生經常犯的錯誤了。

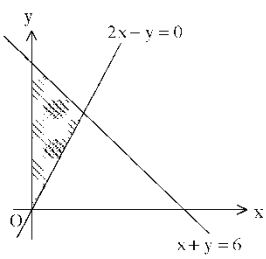
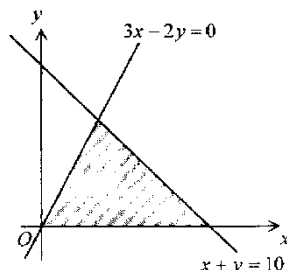
所以，會考年報是我必讀的刊物。我會告誡學生切勿犯如以下的錯誤：

<p>1987 年 有兩個實心球體，用同一質料造成，其半徑的比例 第 4 題 為 2 : 3。若較小的一個重 16 kg，則較大的一個重</p> <p>A. 24 kg. B. 36 kg. C. 48 kg. D.* 54 kg. E. 60 kg.</p>	<p>會考年報的評論(只有英文版)</p> <p>About 50% of the candidates assumed that the ratio of the volumes of the two spheres was equal to the ratio of their radii.</p>
<p>1987 年 若 <math>\log_{10} x</math>, <math>\log_{10} y</math>, <math>\log_{10} z</math> 成等差級數，則 第 11 題</p> <p>A. <math>y = 10^{\frac{x+z}{2}}</math>. B. <math>y = \frac{x+z}{2}</math>. C. <math>y^2 = x+z</math>. D.* <math>y^2 = xz</math>. E. <math>y = 10^{\sqrt{xz}}</math>.</p>	<p>會考年報的評論(只有英文版)</p> <p>About <math>\frac{1}{3}</math> of the candidates thought that when <math>\log_{10} x</math>, <math>\log_{10} y</math>, <math>\log_{10} z</math> were in A.P., then <math>x</math>, <math>y</math>, <math>z</math> were in A.P.</p>
<p>1987 年 一矩形長 6 cm，闊 8 cm。求兩對角線所夾的銳角。 第 19 題 (答案準確至最接近的度數。)</p> <p>A. 37° B. 41° C. 49° D.* 74° E. 83°</p>	<p>會考年報的評論(只有英文版)</p> <p>About 40% of the candidates mistook half of the acute angle between the diagonals of a rectangle for the angle itself.</p>
<p>1987 年 若 <math>a</math> 比 <math>b</math> 小 10%，<math>b</math> 比 <math>c</math> 大 10%，則 <math>a:c =</math> 第 41 題</p> <p>A. 1 : 1. B. 9 : 10. C. 10 : 9. D.* 99 : 100. E. 100 : 99.</p>	<p>會考年報的評論(只有英文版)</p> <p>About 40% of the candidates claimed that if <math>a</math> was 10% less than <math>b</math> and <math>b</math> 10% greater than <math>c</math>, then <math>a = c</math>.</p>
<p>1987 年 某人以 3 km/h 的速率由甲地步行至乙地，隨即以 第 43 題 15 km/h 的速率沿原路騎單車折返至甲地。全程的平均速率是</p> <p>A. 5 km/h B. 6 km/h C. 9 km/h D.* 10 km/h E. 12 km/h</p>	<p>會考年報的評論(只有英文版)</p> <p>Given the average speeds for the two parts of a journey, more than half of the candidates thought that the average of these two speeds was the average speed for the whole journey, disregarding the time taken for each part.</p>
<p>1997 年 下列何者為恒等式？ 第 7 題</p> <p>I. <math>x^2 = 4</math> II. <math>(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9</math> III. <math>(x + 1)^2 = x^2 + 1</math></p> <p>A. 只有 I (6.27%) B.* 只有 II (41.52%) C. 只有 III (5.32%) D. 只有 I 及 II (37.79%) E. 只有 II 及 III (9.04%)</p>	<p>會考年報的評論(只有英文版)</p> <p>Many candidates know that <math>(x + 1)^2 \neq x^2 + 1</math> in general but did not recognize that <math>x^2 = 4</math> is not an identity.</p>

<p>2004 年圖中，<math>O</math> 為圓 <math>ABCD</math> 第 23 題的圓心。若 <math>EAB</math> 及 <math>EDOC</math> 均為直線。且 <math>EA = AO</math>，求 <math>\angle AEO</math>。</p>  <p>A. <math>18^\circ</math> (28.83%)          B.* <math>24^\circ</math> (27.13%)          C. <math>27^\circ</math> (22.81%)          D. <math>36^\circ</math> (20.84%)</p>	<p>會考年報的評論          很多考生以為 <math>\angle ABD = \angle AEO</math>，因此誤選 A 為答案。</p>
<p>2007 年若點 <math>A</math> 的直角坐標為 <math>(-1, 1)</math>，則 <math>A</math> 的極坐標第 30 題為</p> <p>A. <math>(1, 135^\circ)</math> (26%)          B. <math>(1, 225^\circ)</math> (21%)          C.* <math>(\sqrt{2}, 135^\circ)</math> (36%)          D. <math>(\sqrt{2}, 225^\circ)</math> (17%)</p>	<p>會考年報的評論          很多考生誤以為點 <math>A</math> 與極點間之距離為 1 (而非 <math>\sqrt{2}</math>) 及點 <math>A</math> 在第三象限內 (而非第二象限內)，因此選了錯誤的答案。</p>

我的意見是：大部分考生於考試前都未有察覺到將要考核中一的課題：「極坐標」。老師也沒有為他們重溫；因此不懂計算，所以胡亂瞎猜。

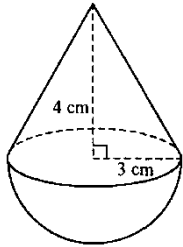
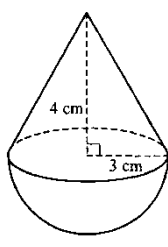
由於篇幅有限，尚餘其他會考年報提及的題目，未能在這裏一一提出。不過，有兩點值得與各位討論一下：第一，每當會考年報有提及的題目，考生經常犯的錯誤，考評局有機會重考的。以下是一些例子：

<p>2001 年第 49 題          圖中的陰影區域表示下列哪一組不等式的解？</p>  <p>A.* <math>\begin{cases} 2x - y \leq 0 \\ x + y \leq 6 \\ x \geq 0 \end{cases}</math> (29.78%)          B. <math>\begin{cases} 2x - y \leq 0 \\ x + y \leq 6 \\ y \geq 0 \end{cases}</math> (31.90%)          C. <math>\begin{cases} 2x - y \leq 0 \\ x + y \geq 6 \\ y \geq 0 \end{cases}</math> (12.53%)          D. <math>\begin{cases} 2x - y \geq 0 \\ x + y \leq 6 \\ y \geq 0 \end{cases}</math> (18.74%)          E. <math>\begin{cases} 2x - y \geq 0 \\ x + y \geq 6 \\ x \geq 0 \end{cases}</math> (6.88%)</p>	<p>2003 年第 43 題          下列哪一組不等式的解可用圖中的陰影區域表示？</p>  <p>A. <math>\begin{cases} 3x - 2y \leq 0 \\ x + y \geq 10 \\ x \geq 0 \end{cases}</math>          B. <math>\begin{cases} 3x - 2y \geq 0 \\ x + y \leq 10 \\ x \geq 0 \end{cases}</math>          C. <math>\begin{cases} 3x - 2y \leq 0 \\ x + y \geq 10 \\ y \geq 0 \end{cases}</math>          D.* <math>\begin{cases} 3x - 2y \geq 0 \\ x + y \leq 10 \\ y \geq 0 \end{cases}</math></p>
---	--

考試局於 2001 年的會考年報是這樣寫的(只有英文版)：

It is a pity that many candidates confused the inequality  $x \geq 0$  with  $y \geq 0$  (Option B), though they seemed to know how to tackle the problem. 類似重覆的題目屢見不鮮。

第二，每當我於校內出考試題目時，必定參考去年的會考試題，然後依樣畫葫蘆，照抄可也。不過，前任校長提醒我，必須稍為修改題目，免得給其他人有把柄。以下是一些改寫題目：

<p>1996 年第 1 題</p> <p>求 <math>1.15 \div 15</math>，答案須準確至三位有效數字。</p> <p>A. 0.076 (3.12%)</p> <p>B. 0.077 (22.99%)</p> <p>C. 0.0766 (4.47%)</p> <p>D.* 0.0767 (44.88%)</p> <p>E. 0.07<math>\bar{6}</math> (24.52%)</p>	<p>改寫題目</p> <p>求 <math>\frac{1}{6500}</math>，答案須準確至三位有效數字。</p> <p>A. 0.000</p> <p>B. 0.0001</p> <p>C. 0.000153</p> <p>D.* 0.000154</p>
<p>1999 年第 24 題</p> <p>圖中的固體由一直立圓錐體及一半球體組成，兩部分的底相同，求該固體的體積。</p> <p>A.* <math>30\pi \text{ cm}^3</math></p> <p>B. <math>33\pi \text{ cm}^3</math></p> <p>C. <math>48\pi \text{ cm}^3</math></p> <p>D. <math>54\pi \text{ cm}^3</math></p> <p>E. <math>72\pi \text{ cm}^3</math></p> 	<p>改寫題目</p> <p>圖中的固體由一直立圓錐體及一半球體組成，兩部分的底相同，求該固體的總表面面積。</p> <p>A. <math>72\pi \text{ cm}^2</math></p> <p>B. <math>51\pi \text{ cm}^2</math></p> <p>C.* <math>33\pi \text{ cm}^2</math></p> <p>D. <math>30\pi \text{ cm}^2</math></p> 
<p>2000 年第 5 題</p> <p>若 <math>\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = 2x - 2 \end{cases}</math>，則 <math>y =</math></p> <p>A. -4 (2.28%)</p> <p>B.* 0 (48.07%)</p> <p>C. 1 (41.21%)</p> <p>D. 0 或 8 (3.90%)</p> <p>E. -4 或 4 (4.41%)</p>	<p>改寫題目</p> <p>若 <math>\begin{cases} y = x^2 - x + 1 \\ y = 3x - 3 \end{cases}</math>，則 <math>y =</math></p> <p>A. -2</p> <p>B. 2</p> <p>C.* 3</p> <p>D. -9</p> <p>註：2001 年第 12 題及 2003 年第 7 題也是相類似的題目，因考生誤以為求 <math>x</math> 的值。</p>
<p>2001 年第 14 題</p> <p>某等差數列的首 <math>n</math> 和為 <math>n^2</math>，求該數列的第 10 項。</p> <p>A.* 19 (22.83%)</p> <p>B. 21 (10.77%)</p> <p>C. 28 (19.55%)</p> <p>D. 31 (11.30%)</p> <p>E. 100 (34.87%)</p>	<p>改寫題目</p> <p>某等差數列的首 <math>n</math> 和為 <math>n^2 - n</math>，求該數列的第 10 項。</p> <p>A.* 18</p> <p>B. 20</p> <p>C. 72</p> <p>D. 90</p>
<p>註：根據當年的會考年報，很多考生誤以為 <math>n^2</math> 是該等差數列的通項。</p>	<p>若將 2001 年第 14 題的文字改為： 某等差數列的首 <math>n</math> 和為 <math>n^2</math>，<math>n</math> 為任意正整數。 這樣可能較好。</p>

改寫題目最大的困難是要猜度考生以錯誤的方法來計算，從而找出一些適合的錯誤選擇，用以分散考生的注意。

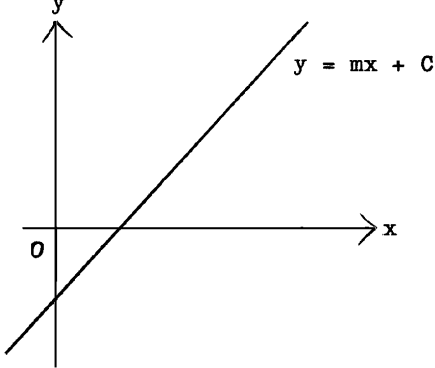
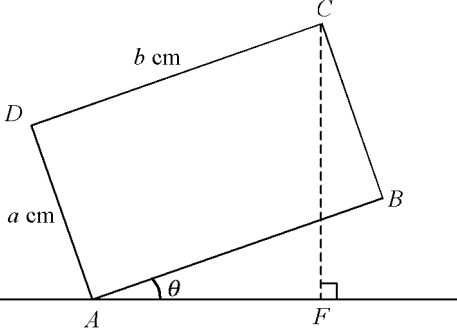


**考生作答的技巧：**

第一，時間控制要恰當，盡可能以平均 1 分 30 秒完成一題，做完 54 題之後，大約還有 9 分鐘覆核答案。中途如有不懂的題目，盡可能猜一個合理的答案，切忌留空任何題目。根據過去的經驗，很多考生都不懂控制時間，花大量時間在試卷的前半部分，又或者花大量時間在某一兩題特別艱深的題目，以致到最後，沒有足夠的時間完成所有題目；又或者在最後數分鐘胡亂猜度，以致未能取得良好的成績。有為數不少的考生都留空一些特別困難的題目，待完成其他題目之後才研究那些留空的。其實，這是一個錯誤的做法，很多時候，考生是沒有時間覆核試卷；所以，到最後，那些留空的題目便白白的損失了。為何不猜度一個合理的答案呢？有機會猜中得分，總好過留空不做了。

第二，多練習，所謂熟能生巧。這些多項選擇題，來來去去都是差不多的。做得多了，信心自然會增強，對於一些不熟悉的課題，也可事前預備；向老師或同學發問皆可，自己花時間鑽研亦得。

第三，面對一些不懂的題目，可以用以下方法猜度或收窄範圍：

<p>1980 年第 1 題</p> $2ab - a^2 - b^2 =$ <p>A. <math>(a - b)^2</math>.                      B. <math>(-a - b)^2</math>.                      C. <math>(-a + b)^2</math>.                      D. <math>-(a + b)^2</math>.                      E.* <math>-(a - b)^2</math>.</p>	<p>考生面對 3 個‘+’，2 個‘-’，捉心理，就只撞 A、B 或 C；不過，正確答案卻是 E。</p>
<p>1983 年第 35 題</p> <p>圖中顯示直線 <math>y = mx + c</math> 的圖像，下列那一項為正確？</p> <p>A. <math>m &gt; 0</math> 及 <math>c &gt; 0</math>                      B.* <math>m &gt; 0</math> 及 <math>c &lt; 0</math>                      C. <math>m &lt; 0</math> 及 <math>c &gt; 0</math>                      D. <math>m &lt; 0</math> 及 <math>c &lt; 0</math>                      E. <math>m &gt; 0</math> 及 <math>c = 0</math></p> <p>考生可將其中一個明顯不可能的答案 E 刪去從而縮窄範圍。</p>	
<p>1984 年第 7 題</p> <p>求下列方程式的 <math>\sqrt{5-x} = x - 3</math> 解。</p> <p>A.* 只有 4                      B. 只有 1 及 4                      C. 只有 -1 及 -4                      D. 只有 -4 及 4                      E. -4, -1, 1 及 4</p>	<p>考生可將 A 至 E 答案直接代入題目中，從而推出那一個正確的答案。</p>
<p>2000 年第 28 題</p> <p>圖中，<math>ABCD</math> 是一長方形。求 <math>CF</math>。</p> <p>A. <math>(a + b) \sin \theta</math>                      B. <math>(a + b) \cos \theta</math>                      C. <math>(a \sin \theta + b \cos \theta) \text{ cm}</math>                      D.* <math>(a \cos \theta + b \sin \theta) \text{ cm}</math>                      E. <math>\sqrt{a^2 + b^2} \sin 2\theta \text{ cm}</math></p> <p>考生可將其中一個明顯不可能的答案 E 刪去從而縮窄範圍。</p>	

**關於刪除試題：**在一本 1992 年至 1996 年香港中學會考多項選擇題數學卷裏，我發現一段文字，輯錄如下：

每年考試，香港考試局如果認為多項選擇題試卷中某些試題欠理想，通常都會把這類試題酌量刪去。根據過往經驗，上述決定基於不同的理由；最常見的是由於試題的甄別力弱，未能把不同程度的考生分辨出來，換言之，大多數考生答題只憑臆度。保留這類試題，恐會降低測試的效能，所以不得不把它刪去。

以下是部分刪除試題：

1992 年第 50 題

圖中的兩個圓相切於  $C$ 。大圓的直徑  $AB$  與小圓切於  $D$ 。若  $DE$  平分  $\angle ADC$ ，求  $\theta$ 。

- A.  $24^\circ$
- B.  $38^\circ$
- C.  $45^\circ$
- D.  $52^\circ$
- E.  $66^\circ$

方法一

設  $\angle ADE = x = \angle CDE$

$\angle ACD = x$  (交錯弓形的圓周角)

$\angle ACB = 90^\circ = x + \theta$  .....(1) (半圓上的圓周角)

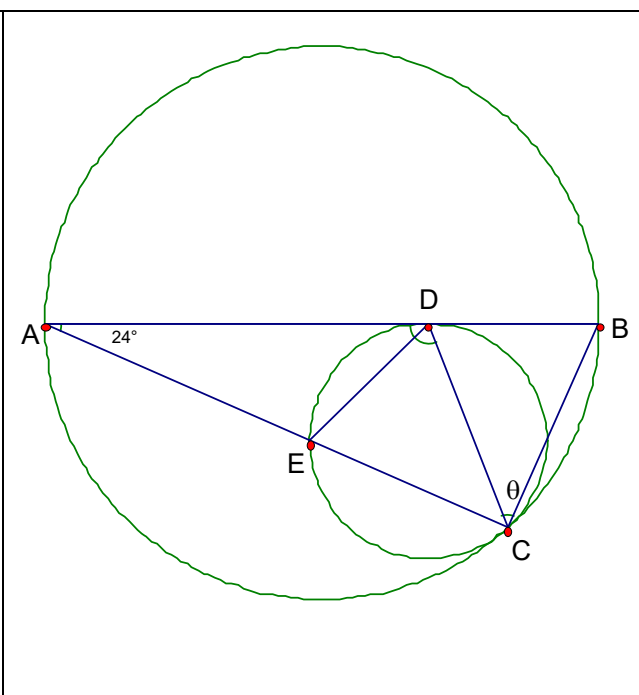
$\angle ABC = 66^\circ$  ( $\triangle ABC$  的內角和)

$66^\circ + \theta = 2x$  .....(2) ( $\triangle BCD$  的外角)

$2(1) - (2): 114^\circ - \theta = 2\theta$

$\theta = 38^\circ$

答案為 B。



方法二

設  $O$  為大圓的圓心， $P$  為小圓的圓心。

則  $O, P, C$  共線。(為什麼?)

連接  $PD$ 。則  $PD \perp AB$  (切線與半徑垂直)

$\angle BOC = 48^\circ$  (圓心角兩倍於圓周角)

$\angle CPD = 48^\circ + 90^\circ$  ( $\triangle CDP$  的外角)

$= 138^\circ$

$CP = DP =$  小圓的半徑

$\angle PCD = \angle PDC = \frac{180^\circ - 138^\circ}{2}$  (等腰三角形底角相同)

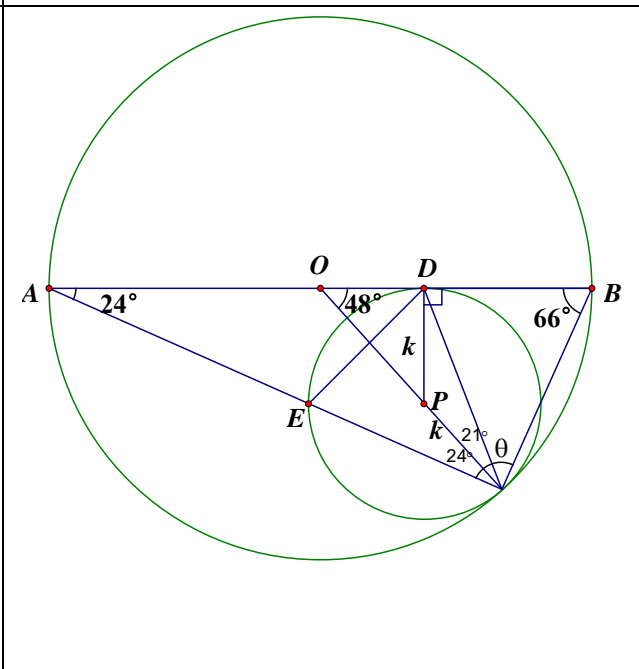
$= 21^\circ$

$\angle OBC = \angle OCB = 66^\circ$  (等腰三角形底角相同)

$21^\circ + \theta = 66^\circ$

$\theta = 45^\circ$

答案為 C。



考試局於當年的試題的附註是這樣的：

\*本題屬虛構性，實則不能作一圓使  $\angle BAC = 24^\circ$ 。

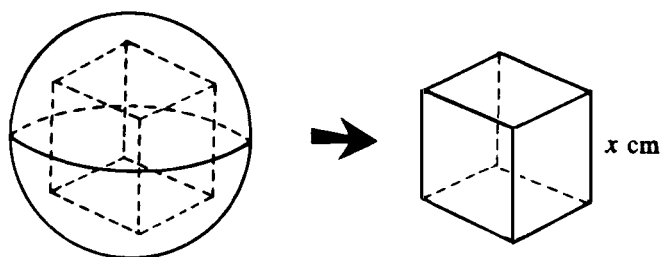
換句話說，當年出錯題目。

另一題刪除題目如下：

1995 年第 48 題

圖中，將一半徑為 3 cm 的木球割成一邊長為  $x$  cm 的正立方體， $x$  的值最大可以是多少？

- A.  $3\sqrt{2}$
- B.\*  $2\sqrt{3}$
- C. 3
- D.  $\frac{3}{2}\sqrt{2}$
- E.  $\sqrt{3}$



根據考試局當年的會考年報的評論：命中率低於 30%。

考試局於當年的試題的附註是這樣的：

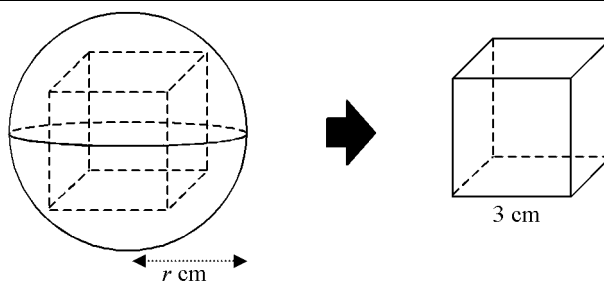
\*本試題不太適用於當年考試，曾予以刪去。

我覺得很奇怪，為什麼相隔數年，以下相似的題目又不當作是刪除題目呢？

2000 年第 33 題

圖中，將一半徑為  $r$  cm 的木球割成一邊長為 3 cm 的正立方體， $r$  的值最小可以是多少？

- A.\*  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- B.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
- C.  $\frac{3}{2}$
- D.  $3\sqrt{3}$
- E.  $3\sqrt{2}$



自從在這本試題專輯發現「刪除題目」之後，我便再沒有發現其它刪除題目了，這是否代表了考評局沒有出錯，又或許沒有刪除題目呢？我想，他們可能仍然有刪除題目，只不過他們不讓我們知悉罷了。

### 三 試題分類 (Classified questions)

我將最近四十多年多項選擇題依會考課程分成 24 大項共 144 類，詳情可參考以下網址：

[http://www2.hkedcity.net/citizen\\_files/aa/gi/fh7878/public\\_html/MCanswer/classify.htm](http://www2.hkedcity.net/citizen_files/aa/gi/fh7878/public_html/MCanswer/classify.htm)

以下是部分剪輯：

各位老師可利用這些資料來出題目，和探究題目的趨勢。

	1	2	3	4	5	6
	1 Percentages					
	1.1 Percent	1.2 Percentage change	1.3 Profit & loss	1.4 Price & discount	1.5 Growth & depreciation	1.6 Interest
1	1977Q03	1980Q13	1978Q36	1982Q13	1979Q21	1977Q04
2	1981Q14	1982Q15	1979Q20	1983Q15	1982Q11	1977Q17
3	1982Q10	1984Q12	1980Q12	1984Q16	1994Q09	1980Q33
4	1985Q15	1984Q40	1981Q13	1985Q13		1982Q09
5	1986Q41	1985Q41	1981Q17	1986Q39		1984Q09
6	1988Q43	1985Q42	1982Q16	1992Q44		1986Q13
7	1991Q42	1987Q41	1983Q42	1993Q18		1987Q15
8	1993Q44	1988Q13	1985Q12	1995Q44		1988Q12
9	1997Q10	1989Q13	1987Q16	1996Q14		1989Q14
10	1999Q11	1990Q42	1987Q35	2002Q14		1990Q14
11	2001Q27	1991Q11	1988Q41	2004Q12		1991Q15
12	2012Q08	1992Q45	1990Q15	2006Q10		1992Q12
13	2014Q09	1996Q43	1991Q43	2008Q12		1993Q43
14		2000Q36	1994Q10	2009Q10		1995Q13
15		2003Q11	1998Q14			1997Q38
16		2007Q10	2000Q14			2001Q16
17		2010Q13	2005Q12			2002Q12
18		2011Q11	SPQ10			2003Q12
19		SPQ12	PPQ10			2006Q11
20		PPQ11	2013Q10			2007Q11
21		2014Q10				2009Q11
22		2015Q09				2010Q14
23		2016Q10				2011Q10
24						SPQ39
25						2013Q11
26						2015Q10
27						2017Q10
28						2018Q09

## 香港中學會考數學試卷二分析

從以上試題分類，可以有一些分析：

**有些課題已脫離了現今的課程**，例如：

二次方程式兩根之和、積與係數的關係

已給出二次方程的圖像，當加上適當的直線圖像後，利用圖解法求另一二次方程的解

二分法

平均偏差

標準分

弧度

向量

複數

**有些是新加的課題**，例如：

框線圖

幹葉圖

散點圖

極坐標

平面圖形之變換及對稱性

三角不等式。三角形之內心、外心、垂心及形心（重心）

指數函數之圖像及對數函數之圖像

簡單十進數和二進數 / 十六進數的互換

數列的規律

條件概率等。

我也察覺到，一些課題例如：

稅及差餉

希羅（海倫）公式求三角形面積

正方體及正四面體的反射、旋轉對稱

統計的應用和誤用：抽取樣本及收集數據的方法。數據的分析與闡釋。

**暫時未在多項選擇題中出現的。**

另外，**最高公因式及最小公倍式(HCF 與 LCM)**，在會考課程沒有提及，學校用的課本也刪除了，會考試題卻仍然出現的。

最近的題目要算是 2005 年第 38 題了：

$x^2(x+1)(x+2)$  與  $x(x+1)^3$  的 H.C.F. 為

A.  $x(x+1)$ 。

B.  $x(x+1)(x+2)$ 。

C.  $x^2(x+1)^3$ 。

D.  $x^2(x+1)^3(x+2)$ 。

還有，教育局在 1999 年出版的中學課程綱要數學科中一至中五內，一個重要的單元：「**數學的進一步應用**」，是沒有出現在考評局的考試範圍內的。

一些課題諸如收費圖、行程圖、時間序列圖、稅、借貸、對經由調查得出的數據進行分析及闡釋、判定兩個變數或經變換後的線性關係式等，究竟考還是不考？如果不考的話，學生自然便沒有心機聽有關的課題了；老師也沒有那麼清高的理想，只為充實學生的知識而教這些課題。大多數老師可能忽忽忙忙教完該段課題了事；甚或略過不教這些課題。

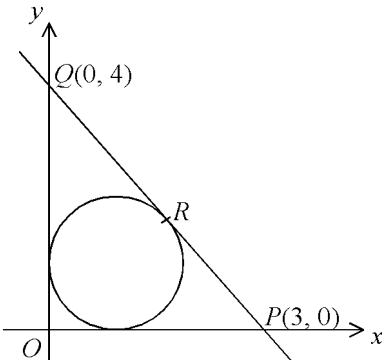
我只能在以往的題目中找到兩題有關行程圖的問題：1978 年第 28 題及第 29 題(只有英文題目)

<p>The figure on the right shows the travel graph of a passenger train and a goods train on the railway line between town A and town B which are 350 km apart. Study the graph and answer the following two questions.</p>	
<p>Which of the following statements are correct?</p> <p>(1) The goods train travelled from town B to town A.</p> <p>(2) When the two trains met, the goods train was not in motion.</p> <p>(3) Between noon and 8:00 p.m., the goods train travelled a greater distance than the passenger train.</p> <p>A. (1) only          B. (2) only          C.* (1) and (2) only          D. (2) and (3) only          E. (1), (2) and (3)</p>	<p>What is the average speed of the passenger train on its return journey?</p> <p>A. 3.75 km/h          B. 40 km/h          C.* 60 km/h          D. 75 km/h          E. 80 km/h</p>

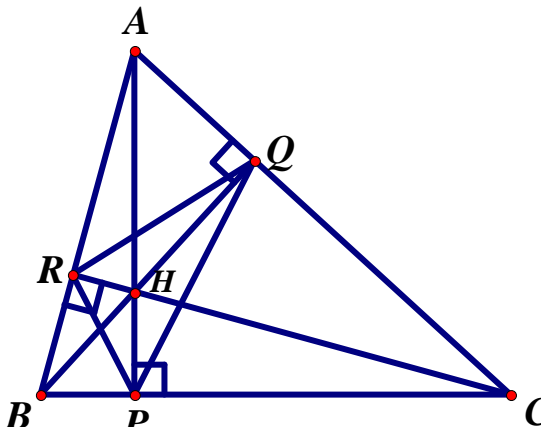
**條件概率**是近年新增的課題，只有一題歷屆試題，我也擬另一題作為參考：

<p>2006 年第 53 題</p> <p>某測驗共設兩題。偉明答對第一題的概率為 <math>\frac{1}{4}</math>，答對第二題的概率為 <math>\frac{1}{3}</math>。已知偉明於該測驗中至少答對一題，求他答對第二題的概率。</p> <p>A. <math>\frac{1}{2}</math> (27.94%)          B.* <math>\frac{2}{3}</math> (35.61%)          C. <math>\frac{3}{5}</math> (27.38%)          D. <math>\frac{4}{5}</math> (8.68%)</p>	<p>自擬題：</p> <p>九張紙卡分別記有數字 1、2、3、4、5、6、7、8 和 9，從中隨意抽取兩張。已知該兩張抽出紙卡的數字之和為偶數，求第二張抽出紙卡的數字為奇數的概率。</p> <p>A. <math>\frac{1}{2}</math>          B. <math>\frac{4}{9}</math>          C.* <math>\frac{5}{8}</math>          D. <math>\frac{5}{18}</math></p>
--	---

最近，新加入的課題：三角形的五心較為困難；在過去的題目中，有兩題特別精彩，如下：

<p>2001 年第 54 題(命中率低於 30%)</p> <p>圖中，<math>\triangle OPQ</math> 內切圓與 <math>PQ</math> 相切於 <math>R</math>。求 <math>R</math> 的坐標。</p> <p>A. <math>\left(\frac{3}{2}, 2\right)</math></p> <p>B. <math>\left(\frac{6}{5}, \frac{12}{5}\right)</math></p> <p>C.* <math>\left(\frac{9}{5}, \frac{8}{5}\right)</math></p> <p>D. <math>\left(\frac{9}{7}, \frac{16}{7}\right)</math></p> <p>E. <math>\left(\frac{12}{7}, \frac{12}{7}\right)</math></p> 	<p>2006 年第 48 題</p> <p>設 <math>O</math> 為原點，若點 <math>A</math> 及點 <math>B</math> 的坐標分別為 <math>(6, 0)</math> 及 <math>(0, 6)</math>，則 <math>\triangle ABO</math> 的內心的坐標為</p> <p>A. <math>(0, 0)</math>。 (15.21%)</p> <p>B. <math>(2, 2)</math>。 (22.40%)</p> <p>C. <math>(3, 3)</math>。 (39.47%)</p> <p>D.* <math>(6-3\sqrt{2}, 6-3\sqrt{2})</math>。 (22.67%)</p> <p>會考年報的評語： 很多考生不熟悉三角形內心的性質……</p> <p>我的評論： 題目沒有圖，欠清楚；如果加上圖的話，相信會有更多人計算得到答案。很多考生連「三角形內心」這一詞也看不懂，又沒有圖，怎樣開始做呢？</p>
---	--

現在，我就擬一題：

<p>圖中，<math>AP</math>、<math>BQ</math>、<math>CR</math> 為 <math>\triangle ABC</math> 的高。<math>H</math> 是 <math>\triangle ABC</math> 的垂心。問 <math>H</math> 為 <math>\triangle PQR</math> 的那一種心？</p> <p>A. 垂心</p> <p>B. 重心</p> <p>C.* 內切圓心</p> <p>D. 外接圓心</p>	
---	---

有關統計的應用和誤用：抽取樣本及收集數據的方法。數據的分析與闡釋。這一類課題也相當棘手，在苦無歷屆試題參考的情況下，我唯有抄課本提供的題目。

從試題出現的頻率來推測各個課題的重要性，首 11 項分別為：

1. 三角函數 (62 題)
2. 三角比 (62 題)
3. 代數分式的運算 (44 題)
4. 指數 (43 題)
5. 比例 (43 題)
6. 主項變換 (42 題)
7. 對數 (41 題)
8. 二次函數圖像 (39 題)
9. 交錯弓形 (38 題)
10. 因式定理 (37 題)
11. 扇形 (36 題)

請注意，這樣的統計並不嚴謹；如果依每一個大項統計，我得到以下結果：

百分法 (101 題)

率和比例 (77 題)

正比和反比 (37 題)

數字系統和近似值 (47 題)

多項式 (171 題)

指數和對數 (135 題)

數列 (101 題)

方程 (206 題)

不等式及綫性規劃 (101 題)

平面及立體圖形的求積、相似平面圖形及立體圖形 (100 題)

平面幾何 (152 題)

圓形 (167 題)

弧長及扇形面積 (91 題)

變換及對稱 (38 題)

坐標幾何(不包括圓形) (102 題)

坐標幾何(圓形) (65 題)

三角(不包括立體圖形) (310 題)

三角(立體圖形) (69 題)

概率 (83 題)

統計 (111 題)

複數、二分法、平均偏差和向量 (28 題)

各位應從以上的數字知道那些課題是重點了。



## 香港中學會考數學試卷二分析

### 參考資料：

1. 香港中學會考數學試卷二試題：1978Q28, Q29, 1980Q1, 1983Q35, 1984Q7, 1984Q29, 1987Q4, Q11, Q19, Q41, Q43, 1991 Q45, 46, 1992Q50, 1995Q48, 1997Q7, 1999Q11, 2000Q28, Q33, 2001Q49, Q54, 2002Q4, 2003Q43, 2004Q23, 2005Q35, 2006Q48, Q53, 2007Q30
2. 香港中學會考數學考試課程 2008：  
[http://www.hkeaa.edu.hk/doc/sd/2008ce%28c%29\\_math.pdf](http://www.hkeaa.edu.hk/doc/sd/2008ce%28c%29_math.pdf)
3. 考評局香港中學會考課程網址：  
[http://eant01.hkeaa.edu.hk/hkea/topper\\_hkcee.asp?p\\_coverdown=hkcee\\_3.html](http://eant01.hkeaa.edu.hk/hkea/topper_hkcee.asp?p_coverdown=hkcee_3.html)
4. 香港中學文憑考試評核大綱(數學)：  
[http://www.hkeaa.edu.hk/files/pdf/hkdse/08math\\_af\\_1a\\_Cv.pdf](http://www.hkeaa.edu.hk/files/pdf/hkdse/08math_af_1a_Cv.pdf)
5. General examination circular No. 10/2001 from HKEAA, date 14 June, 2001
6. Test for IQ: <http://www.iqtest.dk/main.swf>
7. 香港中學會考物理試卷二試題：2006Q45
8. 香港中學會考數學會考年報 1987, 1995, 1997, 2001, 2002, 2004, 2006, 2007
9. 香港中學會考數學多項選擇題試題 1992-1996「關於刪除試題」的說明
10. 數學科課程綱要 (中一至中五適用) 1985
11. 數學科課程綱要 (中一至中五) 1999
12. 教育局數學組網址：<http://www.edb.gov.hk/index.aspx?nodeid=2403&langno=2>
13. 香港中學會考數學多項選擇題答案：  
[file:///C:/Users/twhung.CLSMSS.002/Dropbox/Data/My%20Web/Home\\_Page/MCanswer/index.html](file:///C:/Users/twhung.CLSMSS.002/Dropbox/Data/My%20Web/Home_Page/MCanswer/index.html)
14. 香港中學會考數學多項選擇題試題分類：  
[file:///C:/Users/twhung.CLSMSS.002/Dropbox/Data/My%20Web/Home\\_Page/MCanswer/index.html](file:///C:/Users/twhung.CLSMSS.002/Dropbox/Data/My%20Web/Home_Page/MCanswer/index.html)